Clase 3: Modelo de Dixit-Stiglitz (1977)

Hamilton Galindo

Macrodinámica II

Junio - Agosto
2015

Outline

Competencia monopolistica I
Perspectiva historica

La teoría de competencia monopolistica ha tenido diferente etapas de desarrollo.

Primera revolución

- La primera revolución fue liderada por Joan Robinson y Edward Hosting Chamberlin en 1933 con la publicación de dos libros: "*The Economics of Imperfect Competition*" y "*The Theory of Monopolistic Competition*" respectivamente.
- Aunque Joan Robinson revivio la revolución marginal, E.H. Chamberlin es considerado como el verdadero revolucionario.

Competencia monopolistica II

Perspectiva historica

Segunda revolución

- La segunda revolución se inicio en 1977 con el seminal *paper* de Dixit y Stiglitz.
- Esta segunda revolución fue más exitosa que la primera porque dichos autores formularon un "modelo canonico de competencia monopolistica chamberliana", el cual es facil de usar y captura las principales caracteristicas del modelo de Chamberlin.
- La segunda razón de su exito radica en que el modelo ha llegado a ser "*el caballo de batalla*" para estudiar la competencia monopolistica, retorno creciente a escala y variedad de producto endógeno.

Modelo de Chamberlin I

¿Qué busco responder Chamberlin?

El trabajo de Chamberlin fue responder a la pregunta que hizo en 1926 Sraffa: ¿Es posible llegar a un óptimo en un mercado caracterizado por competencia monopolistica, y costo marginal y costo medio decrecientes?. La respuesta, según Chamberlin, fue que si!!.

Los principales supuestos del modelo de Chamberlin se pueden resumiir en cuatro:

1. El número de integrantes de un grupo de firmas es suficientemente grande como para que cada firma tome como dado el comportamiento de las otras firmas en el grupo (supuesto de Cournot-Nash).
2. El **grupo** esta bien definido y es relativamente pequeño en la economía.

Modelo de Chamberlin II

3. Los productos son fisicamente similares pero económicamente diferenciados; de tal forma que los compradores tienen preferencias por todos los tipos de productos.
4. Existe libre entrada y salida de las firmas en el mercado.

Los supuestos 1,2 y 4 son elementos de competencia y el supuesto 3 es un elemento de monopolio. Además, se asume que cada una de las firmas enfrenta la misma demanda y tienen la misma función de costos.

Two-Stage Budgeting I
Presupuesto en dos estados

¿En que consiste este método?

Este método postula que: [1] los agentes asignan un gasto total a un grupo de bienes basado en el índice de precios de cada grupo, y luego [2] se asigna un gasto dentro de cada uno de esos grupos, basado en el precio individual.

1. Los autores de este procedimiento son:
    - Strotz (1957). The empirical implications of a utility tree. *Econometrica*, 25, 269-80.
    - Gorman (1959). Separable utility and aggregation. *Econometrica*, 27, 469-81.

Modelo de Dixit-Stiglitz I

¿Cual es el objetivo del paper?

El objetivo del *paper* de Dixit-Stiglitz es formalizar una versión de equilibrio general simple del modelo de competencia monopolistica de Chamberlin, con el fin de evaluar la "afirmación común" que la *competencia monopolistica conlleva a mucha diversificación de los productos*.

Modelo de Dixit-Stiglitz II

¿Cómo modelan los principales elementos?

- Los autores modelan *las economías de escala* al asumir que cada empresa enfrenta un costo fijo y un costo marginal constante.
- La *deseabilidad por la variedad* es modelada al asumir una función de utilidad estándar; esto es debido a que las curvas de indiferencia representan cierto grado de deseabilidad por la variedad.
  La principal ventaja de este último supuesto es que se obtiene elasticidades cruzadas y propias de la demanda que son faciles de entender.

Las principales contribuciones de Dixit-Stiglitz son:

1. La definición de una industria (o grupo grande de firmas) es simplificada. Además, la variedad del producto es simétrica y son combinados en una función de agregación de elasticidad de sustitución constante (CES).

Modelo de Dixit-Stiglitz III

2. La función de utilidad es separable y homotética en sus argumentos, lo cual implica que se puede usar el procedimiento "*two-stage budgeting*".
3. Por el lado de la producción se asume retornos crecientes a escala, una curva de costo medio como hiperbola rectangular y que las firmas son simétricas (similar función de costo y producción).

Las familias
Las preferencias

- Se asume que todas las familias que poblan la economía tienen las mismas preferencias. Las preferencias estan representadas por una función de utilidad instantanea "u" de la siguiente forma:

$$u = U(x_0, x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots) \tag{1}$$

Las familias
Las preferencias

- Se asume que todas las familias que poblan la economía tienen las mismas preferencias. Las preferencias estan representadas por una función de utilidad instantanea "u" de la siguiente forma:

$$u = U(x_0, x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots) \tag{1}$$

- Donde la variable "x_i" denota el consumo del bien i-esimo. Esta función de utilidad depende de un número muy grande de bienes.

Las familias
Las preferencias

- Se asume que todas las familias que poblan la economía tienen las mismas preferencias. Las preferencias estan representadas por una función de utilidad instantanea "u" de la siguiente forma:

$$u = U(x_0, x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots) \tag{1}$$

- Donde la variable "x_i" denota el consumo del bien i-esimo. Esta función de utilidad depende de un número muy grande de bienes.
- Se supone que los bienes producidos en la economía esta dividida en dos sectores. El primer sector esta denotado por "x", siendo esta variable el vector de *commodities* $[x_1, \cdots, x_n, \cdots]$ .El segundo, llamado "'sector 0", esta representado por x_0. Esta variable agrega el resto de la economía.

Las familias
Supuestos sobre las preferencias

Se supone lo siguiente:

- El grupo de productos $\underline{x}$ puede ser separado del sector agregado:

$$u = U(x_0, V(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots))$$

Las familias
Supuestos sobre las preferencias

Se supone lo siguiente:

- El grupo de productos $\underline{x}$ puede ser separado del sector agregado:

$$u = U(x_0, V(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots))$$

- $V(\cdot)$ es una función simétrica; es decir, dos productos cercanos son tan sustitutos como dos productos que estan lejos en el espectro del consumidor.

Las familias
Supuestos sobre las preferencias

Se supone lo siguiente:

- El grupo de productos $\underline{x}$ puede ser separado del sector agregado:

$$u = U(x_0, V(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots))$$

- $V(\cdot)$ es una función simétrica; es decir, dos productos cercanos son tan sustitutos como dos productos que estan lejos en el espectro del consumidor.
- $V(\cdot)$ es una función separable:

$$V(\underline{x}) = \sum_i V(x_i)$$

Donde:

$$V(\underline{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho} \right)^{1/\rho}$$

Siendo $\rho > 0$, para permitir una situación donde $x_i = 0$ $(i = n+1, n+2, \cdots)$. Además, se asume que $\rho < 1$ para asegurar la concavidad de la función de utilidad.

Las familias
Supuestos sobre las preferencias

Se supone lo siguiente:

- El grupo de productos $\underline{x}$ puede ser separado del sector agregado:

$$u = U(x_0, V(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, \cdots))$$

- $V(\cdot)$ es una función simétrica; es decir, dos productos cercanos son tan sustitutos como dos productos que estan lejos en el espectro del consumidor.
- $V(\cdot)$ es una función separable:

$$V(\underline{x}) = \sum_i V(x_i)$$

Donde:

$$V(\underline{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho} \right)^{1/\rho}$$

Siendo $\rho > 0$, para permitir una situación donde $x_i = 0$ $(i = n+1, n+2, \cdots)$. Además, se asume que $\rho < 1$ para asegurar la concavidad de la función de utilidad.

Two-Stage Budgeting I

La familia representativa busca maximizar su función de utilidad sujeta a la restricción presupuestaria

$$\underset{\{x_i\}_0^n}{Max} \quad U\left(x_0, \left\{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho}\right\}^{1/\rho}\right) \tag{2}$$

sujeto a:

$$x_0 + \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = I \tag{3}$$

Se puede aplicar el procedimiento de presupuesto en dos estados (*two-stage budgeting*)

Two-Stage Budgeting II

Primer estado:

$$\underset{\{x_0, y\}}{Max} \quad U(x_0, y) \tag{4}$$

sujeto a,

$$x_0 + qy = I \tag{5}$$

En el primer estado se asume que "y" es un *commodity* compuesto o un índice de cantidad de la siguiente forma:

$$y = V(\cdot) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho} \right\}^{1/\rho}$$

Además, "q" es el precio del bien compuesto. Construyendo el lagrangeano y derivando con resepcto a los dos argumentos de la función de utilidad (x_0, y) se obtiene lo siguiente:

- $\mathcal{L} = U(x_0, y) + \lambda(I - x_0 - qy)$

Two-Stage Budgeting III

- $\frac{Umgx_0}{p_{x_0}} = \frac{Umgy}{p_y} = \lambda$, donde $p_{x_0} = 1$, porque el bien "x_0" es el numerario.
- $Umgx_0 = \frac{Umgy}{q}$

1. **Derivación de las demandas (x_0, y):**
   Debido a que la función de utilidad es homogenea de grado uno, entonces la proporción...

$$s(q) = \frac{qy}{I}, \quad y = \frac{s(q)}{q} I$$

$$1 - s(q) = \frac{x_0}{I}, \quad x_0 = (1 - s(q))I$$

2. **Elasticidad intersectorial $(\sigma(q))$**

Two-Stage Budgeting

Segundo estado:

$$\underset{\{x_i\}}{Max} \quad y = \left\{ \sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho} \right\}^{1/\rho} \tag{6}$$

sujeto a,

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = \underbrace{s(q)I}_{\text{ingreso destinado al commodity agregado (y)}} = qy \tag{7}$$

Two-Stage Budgeting I
Lagrangeano

A continuación se construye el lagrange:

$$\mathcal{L} = \left\{ \sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho} \right\}^{1/\rho} + \lambda \left[qy - \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \right]$$

Se deriva con respecto a x_i y x_j obteniendose lo siguiente;

$$\frac{Umg_{x_i}}{p_i} = \frac{Umg_{x_j}}{p_j} = \lambda$$

Luego se define la tasa marginal de sustitución como:

$$TmgS_{x_i, x_j} = \frac{\partial x_i}{\partial x_j} = \frac{Umg_{x_j}}{Umg_{x_i}} = \frac{p_j}{p_i}$$

Obteniendose finalmente la siguiente relación:

Two-Stage Budgeting II
Lagrangeano

$$\left(\frac{x_i}{x_j}\right)^{\rho-1} = \frac{p_i}{p_j} \tag{8}$$

Two-Stage Budgeting
Elasticidades

1. **Elasticidad de sustitución entre dos productos dentro del grupo (E_{x_i,x_j}):**

$$\begin{aligned} E_{x_i,x_j} &= \frac{\partial ln(x_i/x_j)}{\partial ln(TmgS_{x_i,x_j})} \qquad (9) \\ (\rho - 1) ln(x_i/x_j) &= -ln(TmgS_{x_i,x_j}) \quad \text{,de la ecuación [8]} \\ \frac{\partial ln(x_i/x_j)}{\partial ln(TmgS_{x_i,x_j})} &= -\frac{1}{\rho - 1} \\ E_{x_i,x_j} &= \frac{1}{1-\rho} \end{aligned}$$