

# Modelo RBC de una economía abierta

## *Macrodinámica I*

Hamilton Galindo

Junio - Agosto  
2015

## Contenido

- 1 Hechos estilizados
- 2 Directrices del paper
- 3 Principales resultados
- 4 Estructura del modelo
- 5 Modelo con choque de productividad
- 6 Modelo con choque de tasa de interés

## Hechos estilizados

Backus y Kehoe (1989) documentaron la evidencia empírica de los aspectos internacionales de los ciclos económicos para diez países.

### Dos principales hechos estilizados (HE)

La evidencia encontrada por Backus y Kehoe (1989) [en 1992 el paper fue publicado en AER] sugiere que hay dos HE típicos de las economías abiertas modernas:

- 1 El ahorro doméstico ( $S_t$ ) y la inversión doméstica ( $I_t$ ) están **positivamente correlacionados**.
- 2 La balanza comercial ( $TB_t$ ) y la cuenta corriente ( $CC_t$ ) son **contracíclicas**.

## HE1: correlación positiva entre $S_t$ y la $I_t$

- **Trabajos que documentan dicho HE:** Feldstein y Horioka (1980) en un estudio para la OCDE, Obstfeld (1986), Dooley et.al (1987) y Tesar (1991).
- **Feldstein y Horioka (1980):** consideraron que este HE tiene implicancias sobre el grado de movilidad de capital internacional.
- No obstante, una vez que se ha incorporado un elemento estocástico al marco teórico de equilibrio intertemporal, la correlación entre el ahorro e inversión **no prevé una clara indicación sobre el grado de movilidad del capital** (Obstfeld, 1986 y Finn, 1990).

## HE2: prociclicidad de la $TB_t$ y $CC_t$

Algunos modelos que han tratado de explicar este HE2 han tenido limitaciones:

- **Modelos tradicionales:** los modelos tradicionales de la cuenta corriente consideran que un fuerte efecto ingreso sobre las importaciones explica este HE.
- **Modelos de equilibrio intertemporal:** estos modelos determinan endógenamente la relativa fortaleza del efecto ingreso y sustitución, pero no pueden predecir sin ambigüedad la correlación negativa de la cuenta comercial con el PBI; además, no reproduce las fluctuaciones contracíclicas de la balanza comercial ( $TB_t$ ).

## Directrices del paper I

### 1 **Pregunta de investigación:**

¿Puede el modelo de ciclos económicos reales explicar la correlación positiva entre el ahorro y la inversión, y el comportamiento contracíclico de la balanza comercial?

### **Pregunta general**

¿Puede el modelo de los ciclos económicos reales replicar los hechos estilizados típicos de una economía abierta?

## Directrices del paper II

### 2 Objetivo del paper:

Responder estas preguntas al desarrollar una extensión del modelo RBC al caso de una economía pequeña y abierta.

### ¿Qué se hace?

Se usa un modelo DSGE para explorar la interacción entre el capital físico doméstico y activos financieros extranjeros como un vehículo alternativo de ahorro en un contexto donde disturbios estocásticos afectan la productividad doméstica y la tasa de interés real mundial.

## Directrices del paper III

### 3 Novedad del paper:

La novedad de este enfoque radica en que se analiza los ciclos económicos reales en un marco teórico en el cual el **comercio de activos financieros** financia los **desequilibrios en la balanza comercial**.

Además, se analiza el **rol que el comercio de activos financieros** tiene en explicar la dinámica del ahorro y la inversión.

### 4 Contribución del paper:



## Principales resultados

- 1 El análisis numérico del modelo encuentra que la correlación entre el  $S_t$  y la  $I_t$  es alto incluso cuando hay perfecta movilidad de capitales [contrario a lo hallado por Feldstein y Horioka (1980)].
- 2 Los resultados muestran que la persistencia del choque de productividad es el principal determinante de la correlación ahorro-inversión [en línea con Obstfeld (1986) y Finn(1990)].

## Modelo base

- 1 Considera que la economía produce un bien transable internacionalmente.
- 2 Se asume que en la economía doméstica hay dos agentes: familias y firmas.
- 3 Por el lado externo se asume que se demandan bienes domésticos y que la economía local importa bienes del exterior. Las exportaciones netas de importaciones se refleja en la balanza comercial.
- 4 Las firmas son dueñas del capital y deciden cuanto invertir.
- 5 Existe un costo de ajuste de capital.
- 6 Las familias ahorran en activos del exterior, cuyo rendimiento está sujeto a un choque.

## Costos de ajuste del capital & inversión

Costos de ajuste del capital	Costos de ajuste de la inversión
Costo asociado a la variación del stock de capital	Costo asociado a la variación del nivel de inversión
<b>Ambos conceptos son equivalentes en términos generales, pero suponen diferentes especificaciones para los costos de ajuste</b>	
Tobin (1969) Se obtiene la "q de Tobin"	Jorgenson (1963)
$\Psi(\cdot) = \Psi\left(\frac{I_t}{K_t}\right)$	$\Psi(\cdot) = \Psi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)$

## Costos de ajuste de capital I

Se puede modelar desde dos puntos de vista: familias o firmas. En ambos casos se obtiene la “q de Tobin” .

- **Familias:** estas son dueñas del capital. Con costos de ajuste de capital tienen que decidir el capital óptimo y la inversión a realizar, decisiones que aparecen separadas a causa del costo de ajuste del capital.

### Ecuación del movimiento del capital

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t - ca_t$$

Donde:

$$ca_t = \Psi\left(\frac{i_t}{k_t}\right)$$

## Costos de ajuste de capital II

- **Firmas:** en este caso, las firmas son dueñas del capital y no las familias. La decisión de la firma no solo será demandar capital y trabajo, sino también inversión. Este escenario es más realista.

### Dos formas

#### Costo de ajuste del capital en la función de beneficios

---

$$\text{Max } \pi_t = y_t - [w_t l_t + i_t + ca_t]$$

s.a.

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

...

#### Costo de ajuste del capital en la LMK

---

$$\text{Max } \pi_t = y_t - [w_t l_t + i_t]$$

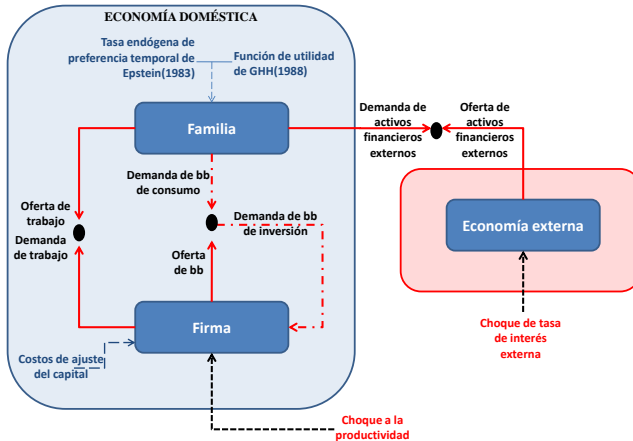
s.a.

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t - ca_t$$

...

---

# Modelo de equilibrio general



## Familias I

La función de utilidad descontada esperada que busca maximizar la familia está descrita por la siguiente expresión:

$$\text{Max}_{\{c_t, l_t, \theta_{t+1}, a_{t+1}\}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t u(c_t + G(l_t))$$

- La forma de modelar las preferencias tiene dos componentes principales: función de utilidad a la Greenwood et.al. (1988) y tasa endógena de preferencia temporal de Epstein (1983).
- Al depender la tasa endógena de preferencia temporal del consumo y del trabajo, se tendrá dos efectos cuando exista una variación del consumo ( $\Delta c_t$ ):
  - Una variación de la utilidad marginal del consumo ( $\nabla u_{c_t}$ )
  - Efecto impaciencia: **[a]** caída en el peso subjetivo asignado a todos los beneficios del consumo futuro, **[b]** modificará la elasticidad intertemporal del consumo.

## Familias II

### 1 Función de utilidad:

$$u(c_t + G(l_t)) = \frac{(c_t - \frac{l_t^\omega}{\omega})^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

$$\omega > 1 \text{ y } \gamma > 1$$

- Se considera la función de utilidad propuesta por Greenwood et.al.(1988), donde se obtiene que:
  - La  $TMgS_{c,l}$  depende solo del trabajo ( $l_t$ ).
  - La oferta de trabajo es independiente del consumo; es decir, se elimina el efecto riqueza de la oferta de trabajo.
  - Permite al modelo centrarse en la interacción de los activos extranjeros y capital doméstico como una alternativa de ahorro.

### 2 Tasa endógena de preferencia temporal:

$$\theta_t = e^{-\sum_{j=0}^{t-1} \nu(c_j + G(l_j))}$$



## Familias III

- Propuesto por Uzawa(1968), generalizado por Epstein(1983) e introducido a la literatura de economía pequeña y abierta por Mendoza (1991).
- Esto permite que el modelo sea estacionario.
- Se consigue un estado estacionario independiente de las condiciones iniciales. En particular, el estado estacionario es independiente de la posición de activos extranjeros netos de la economía. Esto es deseable por razones técnicas del modelo.
- Se asume que  $\nu_j$  es:

$$\nu(c_j + G(I_t)) = \beta \ln \left( 1 + c_t - \frac{I_t^\omega}{\omega} \right)$$

Donde se considera que  $\beta > 0$  y  $\beta \leq \gamma$ .

## Familias IV

- Esta tasa endógena de preferencia temporal se puede escribir de manera recursiva:

$$\theta_{t+1} = \beta(c_t, l_t)\theta_t$$

Donde:

$$\beta(c_t, l_t) = \left[ 1 + c_t - \frac{l_t^\omega}{\omega} \right]^\beta$$

### 3 Restricción presupuestaria:

$$c_t + a_{t+1} = w_t l_t + (1 + r^* n_t) a_t$$

- Los individuos de la economía tienen acceso al mercado internacional de capital perfectamente competitivo.
- En ese mercado se transa activos financieros extranjeros ( $a_t$ ) que pagan una tasa de interés internacional real ( $r^*$ ).
- La tasa de interés internacional se asume constante debido al que este modelo analiza una economía pequeña y abierta.

## Familias V

- Se asume que  $r^*$  esta sujeta a un choque " $n_t$ ", el cual se comporta como un AR(1).

### 4 Problema de maximización:

#### Optimización de las familias

$$\text{Max}_{\{c_t, l_t, \theta_{t+1}, a_{t+1}\}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t u(c_t + G(l_t))$$

s.a.

$$c_t + a_{t+1} = w_t l_t + (1 + r^* n_t) a_t$$

$$\theta_{t+1} = \beta(c_t, l_t) \theta_t$$

$$\theta_0 = 1$$

## Familias VI

### 5 Lagrangeano y CPO:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \theta_t \left[ u(c_t, l_t) + \lambda_t (w_t l_t + (1+r^* n_t) a_t - c_t - a_{t+1}) + \chi_t (\beta(c_t, l_t) \theta_t - \theta_{t+1}) \right]$$

Se obtiene las siguientes condiciones de primer orden:

CPO	Ecuación
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = 0 \rightarrow$	Utilidad Mg. consumo compuesta $\lambda_t = u_{c_t} + \chi_t \theta_t \beta_{c_t}$
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = 0 \rightarrow$	Utilidad Mg. trabajo compuesta $-u_{l_t} = \lambda_t w_t + \chi_t \theta_t \beta_{l_t}$
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+1}} = 0 \rightarrow$	Ecuación de Euler de los activos extranjeros $\lambda_t = E_t \frac{\theta_{t+1}}{\theta_t} \lambda_{t+1} (1 + r^* n_{t+1})$
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+1}} = 0 \rightarrow$	Ecuación de Euler $\theta_t \chi_t = E_t \left[ u(c_{t+1}, l_{t+1}) + \chi_{t+1} \theta_{t+1} \beta(c_{t+1}, l_{t+1}) \right]$

## Familias VII

Con el fin de introducir estacionariedad al modelo se hace un cambio de variable:

$$\eta_t = \chi_t \theta_t$$

Además, de la restricción de preferencia temporal:

$$\frac{\theta_{t+1}}{\theta_t} = \beta(c_t, l_t)$$

la cual se reemplaza en las CPOs.

**¿Comó cambian las CPO con respecto al modelo RBC de economía cerrada?**

- Ahora la  $u_{c_t}$  se ve afectado por la tasa endógena de preferencia temporal.
- Asimismo, la  $u_{l_t}$  se ve afectado por la tasa endógena de preferencia temporal.

### 6 Ecuaciones principales:

## Familias VIII

CPO	Ecuación
	Utilidad Mg. consumo compuesta
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = 0 \rightarrow$	$\lambda_t = u_{c_t} + \eta_t \beta_{c_t}$
	Utilidad Mg. trabajo compuesta
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = 0 \rightarrow$	$-u_{l_t} = \lambda_t w_t + \eta_t \beta_{l_t}$
	Ecuación de Euler de los activos extranjeros
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+1}} = 0 \rightarrow$	$\lambda_t = \beta(c_t, l_t) E_t \lambda_{t+1} (1 + r^* n_{t+1})$
	Ecuación de Euler
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_{t+1}} = 0 \rightarrow$	$\eta_t = E_t \left[ u(c_{t+1}, l_{t+1}) + \eta_{t+1} \beta(c_{t+1}, l_{t+1}) \right]$

## Firmas I

### 1 Función de producción:

$$y_t = z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$$

- $z_t$  incorpora los efectos de las fluctuaciones en los “términos de intercambio”, debido a que el producto (PBI) es un bien transable.
- Este modelo ignora la existencia de bienes no transables; por tanto, se centra en el **efecto riqueza** generado por las fluctuaciones en el precio mundial. **Nota:** se elimina el efecto precio (sustitución) inducido por  $\Delta P_{\text{relativos}}$  de bienes no transables/transables.

### 2 Función de beneficios:

$$\pi_t = y_t - [w_t l_t + i_t + ca_t]$$

## Firmas II

### 3 Costos de ajuste de capital:

$$ca_t = \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2$$

La cual es transformada en:

$$ca_t = \frac{\phi}{2}(i_t - \delta k_t)^2$$

### 4 Ley de movimiento del capital:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$



## Firmas III

### 5 Problema de maximización:

#### Optimización de las firmas

$$\text{Max}_{\{l_t, k_{t+1}, i_t\}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \prod_{j=0}^t \eta_j \pi_t$$

s.a.

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

Donde:

$$\eta_j = \frac{1}{1 + r_j}$$

$$\pi_t = z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - [w_t l_t + i_t + ca_t]$$

$$ca_t = \frac{\phi}{2} (i_t - \delta k_t)^2$$

## Firmas IV

## 6 Lagrangeano y CPO:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \prod_{j=0}^{t-1} \eta_j \left[ z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - (w_t l_t + i_t + \frac{\phi}{2} (i_t - \delta k_t)^2) + q_t (i_t + (1-\delta)k_t - k_{t+1}) \right]$$

Las condiciones de primer orden son:

CPO	Ecuación
	Demanda de trabajo
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = 0$	$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t}$
	“q” de Tobin
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i_t} = 0$	$q_t = 1 + \phi (i_t - \delta k_t)$
	Ecuación de Euler de la inversión
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = 0$	$q_t = E_t \frac{1}{1+r_{t+1}} \left[ \alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + \delta \phi (i_{t+1} - \delta k_{t+1}) + q_{t+1} (1 - \delta) \right]$

## Firmas V

### 7 Ecuaciones principales:

Nombre	Ecuación
[1] Función de producción	$y_t = z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$
[2] LMK	$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$
[3] Costo de ajuste	$ca_t = \frac{\phi}{2}(i_t - \delta k_t)^2$
[4] Demanda de trabajo	$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t}$
[5] "q" de Tobin	$q_t = 1 + \phi(i_t - \delta k_t)$
[6] Ecuación de Euler de la inversión	$q_t = E_t \frac{1}{1+r_{t+1}} [\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + \delta \phi(i_{t+1} - \delta k_{t+1}) + q_{t+1}(1 - \delta)]$

## Sector externo I

### 1 Cuenta corriente

$$cc_t = a_{t+1} - a_t$$

Además:

$$cc_t = ib_t + tb_t$$

**Nota:** la cuenta corriente también es igual a la diferencia entre el ahorro y la inversión.

### 2 Balanza de ingresos

$$ib_t = a_t r^* n_t$$

### 3 Ahorro interno

$$s_t = ib_t + y_t - c_t - ca_t$$

## Condición de equilibrio y choques I

### Equilibrio en el mercado de bienes

$$y_t = c_t + i_t + tb_t + ca_t$$

### Equilibrio en el mercado de capitales externos

$$r_t = r_t^* n_t$$

## Condición de equilibrio y choques II

### Choques

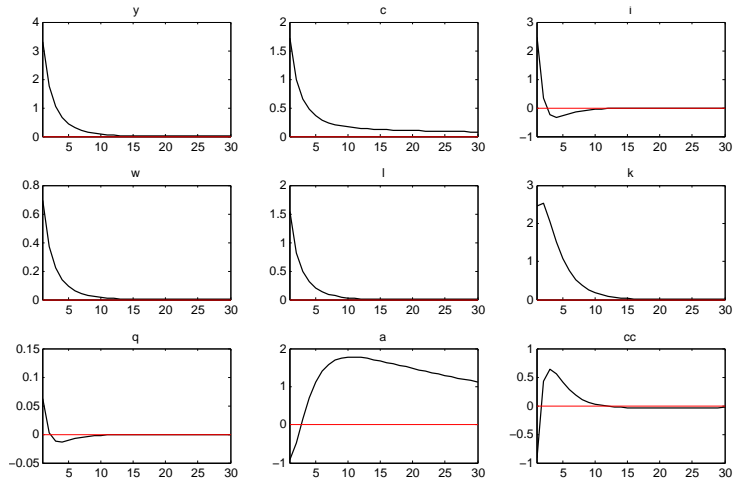
- Choque a la productividad:

$$\ln(z_t) = \rho_z \ln(z_{t-1}) + e_t^z$$

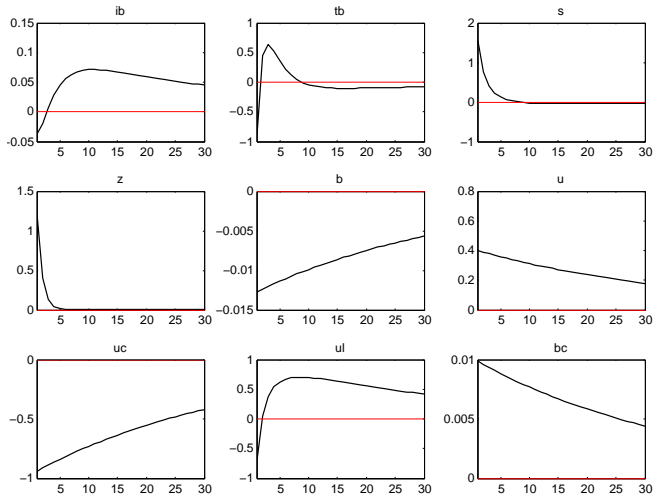
- Choque a la tasa de interes externa:

$$\ln(n_t) = \rho_n \ln(n_{t-1}) + e_t^n$$

## IRFs: choque de productividad I

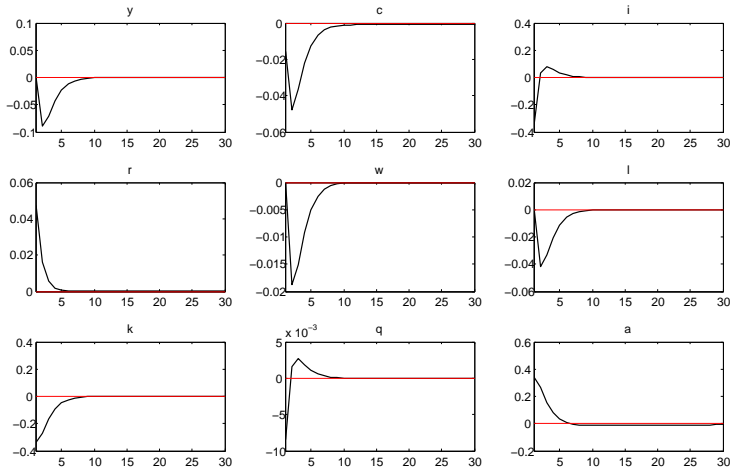


## IRFs: choque de productividad II





## IRFs: choque de tasa de interés externa I



## IRFs: choque de tasa de interés externa II

