Modelo de Greenwood, Hercowitz y Huffman

Macrodinámica I

Hamilton Galindo

Junio - Agosto
2015

Outline

¿De que trata el paper de GHH? I

1. El paper se basa en la perspectiva de Keynes sobre la fuente de los ciclos económicos. En particular Keynes sostenia que la inversión era uno de los determinantes de los ciclos económicos.
2. En ese sentido GHH postularon lo siguiente:

Postulado de GHH

Un aumento en la eficiencia de la inversión (i_t) incrementa la formación de nuevo capital (k_{t+1}) e incentiva un mayor uso del capital que ya se dispone (k_t) acelerando su depreciación (δ_t).

3. Comparación de dos modelos:
   - **Modelo RBC estándar** (Kydland y Prescott, 1982 - Long y Plosser, 1983): un choque de productividad incrementa la producción y por ende el consumo y la inversión, de ello se desprende que "la inversión reacciona a la producción"

¿De que trata el paper de GHH? II

- **Modelo de GHH**: un choque a la eficiencia marginal de la inversión incrementa el capital de mañana (k_{t+1}), este último eleva la producción en $t+1$ (y_{t+1}). Entonces, en este modelo, "la producción reacciona a la inversión"

4. Introducción del choque a la inversión en un modelo RBC:
   - Al incorporar un choque a la eficiencia marginal de la inversión en un **modelo RBC estándar**, el **mecanísmo de transmisión** es la sustitución intertemporal del ocio. Esto trae problemas: consumo se mueve de manera contracíclica, lo cual contradice la evidencia empírica.
   - Al incorporar este choque en un modelo RBC estándar que considere la "tasa de utilización variable del capital", el modelo es consistente con la evidencia empírica. En este modelo, que es el modelo de GHH, el **mecanísmo de transmisión** es la "tasa de utilización variable del capital".

El modelo I

1. Se modela una economía cerrada, perfectamente competitiva y sin gobierno.
2. En el paper original de GHH (1988), el modelo se plantea desde el punto de vista del planificador central.
3. La economía está poblada por una gran cantidad de familias idénticas y firmas idénticas.
4. La familia busca máximizar su función de utilidad $\underline{\mathrm{U}}(c_t, l_t)$ esperada descontada, donde c_t es el consumo del unico bien producido en la economía y l_t es el trabajo:

$$\underset{\{c_t, l_t, h_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}}{\mathrm{Max}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \underline{\mathrm{U}}(c_t, l_t) \tag{1}$$

Donde:

El modelo II

$$\underline{\mathrm{U}}(c_t, l_t) = U(c_t - G(l_t))$$

Con las siguientes caracteristicas: $\dot{U} > 0$, $\ddot{U} < 0$, $\dot{G} > 0$ y $\ddot{G} > 0$.
Esta función de utilidad llamada "función de utilidad a la GHH" tiene las siguientes propiedades;

- $TMgS_{c,l} = -\frac{\underline{\mathrm{U}}_2}{\underline{\mathrm{U}}_1} = \frac{\dot{U}[-\dot{G}]}{\dot{U}.[1]} = \dot{G}$
- Esto indica que: "l_t es determinado independientemente de la elección intertemporal consumo/ahorro"
- Por tanto, el efecto de la sustitución intertemporal sobre el l_t es eliminado.
- Esta última caracterisitica es importante porque permite enfatizar el "mecanismo de transmisión" del choque a la inversión en este modelo

El modelo III

5. Además, la familia destina recursos a la adquisición de bienes de consumo (c_t) y bienes de inversión (i_t). Sus ingresos se derivan del salario real (w_t) obtenido por ofrecer trabajo y de la renta de alquiler (R_t^k) de servicios de capital ($k_t h_t$).

$$c_t + i_t = w_t l_t + R_t^k(k_t h_t) \tag{2}$$

6. En este modelo, la familia no solo ofrece bienes de capital "k_t", sino tambien intensidad de uso de ese capital "h_t", los cuales en su conjunto representan "**servicios de capital**" ($k_t h_t$). Asimismo, el capital evoluciona según su ley de movimiento:

$$k_{t+1} = (1 - \delta(h_t))k_t + i_t(1 + \epsilon_t) \tag{3}$$

El modelo IV

Observaciones

- La ecuación [3] se puede ver como una función de producción de "capital nuevo" (k_{t+1}), el cual tiene como "inputs" a la inversión (i_t) y al stock de capital (k_t).
- **¿Cuál es la eficiencia marginal de la inversión?**

$$\frac{\partial k_{t+1}}{\partial i_t} = 1 + \epsilon_t \tag{4}$$

- Si no hay choque ($\epsilon_t = 0$) entonces 1 unid. de i_t se convierte en 1 unid. de k_{t+1}. Pero si $\epsilon_t > 0$ [choque a la eficiencia marginal de la inversión] entonces 1 unid. de i_t se hace más productiva (eficiente) porque produce $(1 + \epsilon_t)$ unid. de k_{t+1}.
- **¿Qué es $\delta(h_t)$?**
    - $\delta(h_t)$ representa la **depreciación endógena**.
    - Una mayor utilización del capital (k_t) provoca una mayor depreciación del mismo debido a: [1] mayor deterioro con el uso, [2] menos tiempo para mantenimiento.

Familias I

El problema de optimización de las familias esta descrito por la siguiente expresión:

$$\underset{\{c_t, l_t, h_t, k_{t+1}\}}{\text{Max}} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \underline{\text{U}}(c_t, l_t)$$

s.a.

$$\underbrace{c_t + \frac{k_{t+1}}{1+\epsilon_t} - (1-\delta(h_t))\frac{k_t}{1+\epsilon_t}}_{egresos} = \underbrace{w_t l_t + R_t^k(k_t h_t)}_{ingresos} \tag{7}$$

Acontinuación se construye la función de Lagrange:

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Big[\underline{\text{U}}(c_t, l_t) + \lambda_t [ingresos - egresos] \Big] \tag{8}$$

Familias II

Se procede a calcular las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = 0 \xrightarrow{\textbf{ent.}} \underline{\mathrm{U}}_1 + \lambda_t[-1] = 0 \xrightarrow{\textbf{ent.}} \underline{\mathrm{U}}_1 = \lambda_t \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = 0 \xrightarrow{\textbf{ent.}} \underline{\mathrm{U}}_2 + \lambda_t[w_t] = 0 \xrightarrow{\textbf{ent.}} \underline{\mathrm{U}}_2 = -\lambda_t w_t \tag{10}$$

De [9] y [10] se obtiene la **oferta de trabajo**:

$$\frac{\underline{\mathrm{U}}_2}{\underline{\mathrm{U}}_1} = -w_t \tag{11}$$

Esta oferta de trabajo es particular: no tiene un efecto ingreso. Esto se debe a la forma de la función de utilidad de la cual se deriva que la tasa

Familias III

marginal de sustitución entre el consumo y el trabajo solo depende del trabajo. Por tanto la oferta de trabajo sería:

$$\frac{\underline{\mathrm{U}}_2}{\underline{\mathrm{U}}_1} = -TMgS_{c,l} = -\dot{G} = -w_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_t} = 0 \xrightarrow{\textbf{ent.}} \lambda_t \left[R_t^k k_t - \frac{\dot{\delta}(h_t) k_t}{1+\epsilon_t} \right] = 0 \quad \text{,dado que } \lambda_t \neq 0 \xrightarrow{\textbf{ent.}} \underbrace{R_t^k k_t = \frac{\dot{\delta}(h_t) k_t}{1+\epsilon_t}}_{\text{Oferta de utilización de capacidad}} \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = 0 \quad \xrightarrow{\textbf{ent.}} \quad \lambda_t \left[-\frac{1}{1+\epsilon_t} \right] + E_t \lambda_{t+1} \beta \left[R_{t+1}^k h_{t+1} + \frac{1-\delta(h_{t+1})}{1+\epsilon_{t+1}} \right] = 0 \tag{13}$$

De lo anterior se obtiene condición de optimalidad de la inversión:

Familias IV

$$\lambda_t \left[\frac{1}{1+\epsilon_t} \right] = E_t \lambda_{t+1} \beta \left[R^k_{t+1} h_{t+1} + \frac{1-\delta(h_{t+1})}{1+\epsilon_{t+1}} \right] \tag{14}$$

Firm I

La firma maximiza su función de beneficios, tal como se muestra en la siguiente expresión:

$$\underset{\{l_t, h_t\}}{\text{Max}}\, \pi_t = y_t - [w_t l_t + R_t^k(k_t h_t)] \tag{15}$$

s.a

$$y_t = F(k_t h_t, l_t) \tag{16}$$

Introduciendo la función de producción en la función de beneficios y derivando con respecto a las variables de control se obtiene las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial l_t} = 0 \quad \xrightarrow{\textbf{ent.}} \quad F_2 - w_t = 0 \quad \xrightarrow{\textbf{ent.}} \quad \underbrace{F_2 = w_t}_{\text{demanda de trabajo}} \tag{17}$$

Firm II

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial h_t} = 0 \quad \xrightarrow{\textbf{ent.}} \quad F_1 k_t - R_t^k k_t = 0 \quad \xrightarrow{\textbf{ent.}} \quad \underbrace{F_1 = R_t^k}_{\text{demanda de servicios de capital}} \tag{18}$$

Modelo: Regla de Oferta de Dinero I

La condición de equilibrio en el mercado de bienes:

$$c_t + I_t = y_t \tag{19}$$

El comportamiento del choque a la inversión:

$$\epsilon_t = \rho\epsilon_{t-1} + \nu_t \tag{20}$$

Ecuaciones principales del modelo

I. Familias	
Oferta de trabajo	$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = -w_t$
Oferta de utilidad de capacidad	$R_t^k = \frac{\dot{\delta}(h_t)}{1+\epsilon_t}$
Condición de óptimalidad de la inversión	$\underline{U}_{1,t}\left[\frac{1}{1+\epsilon_t}\right] = E_t\beta\underline{U}_{1,t+1}\left[R_{t+1}^k h_{t+1} + \frac{1-\delta(h_{t+1})}{1+\epsilon_{t+1}}\right]$
Ley de movimiento de capital	$k_{t+1} = (1-\delta(h_t))k_t + I_t(1+\epsilon_t)$
II. Firmas	
Demanda de trabajo	$F_2 = w_t$
Demanda de servicios de capital	$F_1 = R_t^k$
Función de producción	$y_t = F(k_t h_t, l_t)$
III. Condición de mercado	
Equilibrio en el mercado de bienes	$c_t + I_t = y_t$
IV. Choque	
Choque a la inversión	$\epsilon_t = \rho\epsilon_{t-1} + \nu_t$

Efecto del choque a la inversión

$\uparrow \epsilon_t \xrightarrow{reduce}$ costo de utilización de la capacidad $\xrightarrow{aumenta} h_t \Big|$ para que Img = Cmg. Movimiento en la curva de oferta de la utilización de la capacidad $\Big| \xrightarrow{dado-que}$

$\frac{\partial Pmgl_t}{\partial h_t} > 0 \xrightarrow{entonces}$ desplazamiento de la demanda de trabajo

Análisis cuantitativo del modelo I

La función de utilidad tiene la siguiente forma funcional:

$$\underline{U}(c_t, l_t) = \frac{1}{1-\gamma}\left[\left(c_t - \frac{l_t^{1+\theta}}{1+\theta}\right)^{1-\gamma} - 1\right] \tag{21}$$

La función de producción esta descrita por la siguiente expresión:

$$F(k_t h_t, l_t) = (k_t h_t)^{\alpha} l_t^{1-\alpha} \tag{22}$$

La función de depreciación esta caracterizada por:

$$\delta(h_t) = \frac{1}{\omega} h_t^{\omega} \tag{23}$$

Las ecuaciones que caracterizan al modelo son las siguientes[1]:

Análisis cuantitativo del modelo II

I. Familias	
Oferta de trabajo	$l_t^{\theta} = w_t$
Oferta de utilidad de capacidad	$R_t^k = \frac{h_t^{\omega-1}}{1+\epsilon_t}$
Condición de óptimalidad de la inversión	$\frac{\left(c_t - \frac{l_t^{1+\theta}}{1+\theta}\right)^{-\gamma}}{1+\epsilon_t} = \beta E_t\left[\left(c_{t+1} - \frac{l_{t+1}^{1+\theta}}{1+\theta}\right)^{-\gamma}\left(R_{t+1}^k h_{t+1} + \frac{1-\frac{h_{t+1}^{\omega}}{\omega}}{1+\epsilon_{t+1}}\right)\right]$
Ley de movimiento de capital	$k_{t+1} = (1 - \frac{h_t^{\omega}}{\omega})k_t + I_t(1+\epsilon_t)$
II. Firmas	
Demanda de trabajo	$(1-\alpha)(k_t h_t)^{\alpha} l_t^{-\alpha} = w_t$
Demanda de servicios de capital	$\alpha(k_t h_t)^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} = R_t^k$
Función de producción	$y_t = (k_t h_t)^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$
III. Condición de mercado	
Equilibrio en el mercado de bienes	$c_t + I_t = y_t$
IV. Choque	
Choque a la inversión	$ln\epsilon_t = \rho ln\epsilon_{t-1} + \nu_t$

[1] Estas ecuaciones son las que se colocan en Dynare para la simulación del modelo

Calibración

Parámetro	Valor	Significado
β	0.96	Factor de descuento
α	0.29	Proporción del capital en el ingreso nacional [promedio anual entre 1950 - 1985]
θ	0.6	Inversa de la elasticidad de la oferta de trabajo [elasticidad de Frisch de 1.7]
γ	1 - 2	Coeficiente relativo de aversión al riesgo
ω	1.42	Elaticidad de la depreciación con respecto a la tasa de utilización [para que $\delta_{ss} = 0.1$]
σ	0.05 - 0.0515	Desviación estandar del ϵ_t
λ	0.47 - 0.51	Coeficiente de autocorrelación de 1er orden

IRFs I

Momentos Teóricos I